



Questão proposta por: Felipe Mascagna Bittencourt Lima

Instituto: IFSP – Campus São João da Boa Vista

### QUESTÃO 05

Em uma caixa, há várias bolas com a mesma massa, aspecto e tamanho, distinguindo-se apenas pelos números escritos nelas. Nesta caixa, há exatamente:

- 1 bola numerada com o número 0;
- 2 bolas numeradas com o número 1;
- 3 bolas numeradas com o número 2;
- E assim por diante, até  $2n$  bolas numeradas com o número  $2n - 1$ .

De uma só vez, são retiradas, ao acaso, duas bolas desta caixa. Se  $\frac{1}{150}$  é a probabilidade de o produto dos dois números escritos nessas bolas ser igual a zero, então o valor de  $n$  é:

- A) 8
- B) 9
- C) 10
- D) 11
- E) 12

**GABARITO: E**

**RESOLUÇÃO:**

Seja  $T$  a quantidade total de bolas nesta caixa, temos que:

$$T = 1 + 2 + 3 + \dots + 2n \rightarrow \text{Soma de termos em PA}$$

$$T = \frac{(1 + 2n) \cdot 2n}{2}$$

$$T = (1 + 2n) \cdot n$$

Desta quantidade, exatamente uma bola contém o número zero e  $(T - 1)$  bolas contém outros números escritos. Ao se retirar duas bolas da caixa, para que o produto dos números escritos nelas seja zero, é necessário (e suficiente) que uma delas seja a bola com o número zero. A outra pode ser uma bola qualquer. Assim, há exatamente  $(T - 1)$  combinações nas quais o produto dos números escritos é zero e esta é a quantidade de elementos do nosso evento.

Por outro lado, o espaço amostral do experimento descrito na questão tem

$$C_{T,2} = \frac{T!}{2!(T-2)!} = \frac{T(T-1)}{2}$$

elementos.

Como o espaço amostral é equiprovável, a probabilidade de nosso evento é:

$$P = \frac{(T-1)}{T(T-1)} = \frac{\cancel{(T-1)}}{T \cdot \cancel{(T-1)}} \cdot \frac{2}{T \cdot \cancel{(T-1)}} = \frac{2}{T}$$



Deste modo,

$$\frac{1}{150} = \frac{2}{T}$$

$$\Rightarrow T = 300$$

$$\Rightarrow (1 + 2n) \cdot n = 300$$

$$\Rightarrow 2n^2 + n - 300 = 0$$

$$\Rightarrow n = \frac{-1 \pm \sqrt{2401}}{2 \cdot 2} = \frac{-1 \pm 49}{4}$$

$$\Rightarrow n = 12 \text{ ou } n = -12,5$$

Como  $n$  é um número inteiro positivo, concluímos que  $n = 12$ .